

Formulação do Problema do Empacotamento Bidimensional em Contêineres na Presença de Conflitos

Ana Clara Nascimento dos Santos, Charbel Daher Boulos, Pedro Hokama¹

Universidade Federal de Itajubá

Mário César San Felice²

Universidade Federal de São Carlos

Neste trabalho abordamos o Problema do Empacotamento Bidimensional com Conflitos (Two-dimensional Bin Packing Problem With Conflicts - 2BPPC), cujos parâmetros de entrada são o conjunto V de n itens, com $i \in V$ possuindo altura h_i e largura w_i , e o conjunto Q de bins idênticos de altura H e largura W . Um grafo não direcionado $G = (V, E)$, no qual os vértices são os itens, e as arestas o conflito entre eles. Em uma solução para esse problema, cada item i deve ser alocado em exatamente um bin k , não sendo permitido que dois itens conflitantes sejam empacotados no mesmo recipiente. Além disso, há ainda algumas restrições acerca dos itens: sua orientação é fixa, não sendo permitidas rotações e eles não devem se sobrepor ou exceder a borda do recipiente. O objetivo é encontrar uma solução que minimize o número de bins utilizados. A formulação do 2BPPC apresentada a seguir é uma adaptação da proposta por Gendreau et al [1]. Nela temos as variáveis binárias y_k , que indica se o bin k está sendo utilizado ($y_k = 1$) ou não ($y_k = 0$), e $x_{i,k}$ que indica se o item i está presente no bin k , assumindo valor 1 se está e 0 caso contrário. Considere \mathcal{S} como a coleção de todos os subconjuntos de V que cabem simultaneamente em um bin.

$$\text{Minimize: } \sum_{k=1}^n y_k \tag{1}$$

$$\text{Sujeito à: } \sum_{i=1}^n w_i h_i x_{i,k} \leq WH y_k, \quad k \in \{1, \dots, n\} \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^n x_{i,k} = 1, \quad i \in \{1, \dots, n\} \tag{3}$$

$$x_{i,k} + x_{j,k} \leq 1, \quad (i, j) \in E, k \in \{1, \dots, n\} \tag{4}$$

$$\sum_{i \in S} x_{i,k} \leq |S| - 1, \quad S \notin \mathcal{S}, k \in \{1, \dots, n\} \tag{5}$$

$$y_k \in \{0, 1\}, \quad k \in \{1, \dots, n\} \tag{6}$$

$$x_{i,k} \in \{0, 1\}, \quad i \in \{1, \dots, n\}, k \in \{1, \dots, n\} \tag{7}$$

¹anaclarans@unifei.edu.br, charbeldaher@unifei.edu.br, hokama@unifei.edu.br

²felice@ufscar.br

O objetivo definido por (1) consiste em minimizar o número de recipientes utilizados. A restrição (2) garante que a soma das áreas dos itens seja menor que a área do bin e que os itens só serão empacotados em bins que forem utilizados na solução, (3) certifica de que cada item será alocado exatamente em um recipiente, e (4) assegura que dois itens que possuem conflito (aresta entre eles) não podem ser alocados no mesmo bin. A restrição (5) garante que os itens sejam empacotáveis, isto é, que os conjuntos de itens que excedem os limites do recipiente quando empacotados juntos não serão alocados no mesmo bin. As restrições (6) e (7) apontam o domínio das variáveis binárias.

O objetivo desse trabalho é implementar uma abordagem exata, utilizando Programação Linear Inteira, e analisar o impacto de diversas melhorias na formulação inicial do 2BPPC. Até o presente momento, foi realizada a implementação do PLI em C++ utilizando o solver CPLEX Optimizer. É importante destacar que a restrição (5) é exponencial, então usamos Lazy Constraints para relaxar essa restrição e adicioná-la sob demanda, para resolvê-la utilizamos um solver de programação por restrição.

Além disso, foram desenvolvidas 12 melhorias, nas quais diversas restrições foram adicionadas para remover simetrias e fortalecer o modelo, entre elas Adicionando Conflitos por Cliques. No problema abordado, uma clique representa itens que não podem ser empacotados no mesmo bin, já que possuem conflitos com todos os outros que também compõe a clique. Através das funções fornecidas pela biblioteca Cliquer [2] as cliques maximais são encontradas e adicionadas ao conjunto de cliques \mathcal{C} . Então são adicionadas as restrições de que itens da mesma clique não podem ser empacotados no mesmo recipiente.

$$\sum_{i \in C} x_{i,k} \leq 1 \quad k \in \{1, \dots, n\}, C \in \mathcal{C}$$

Outra melhoria proposta é Adicionando Conflitos Por Incompatibilidade De Dimensões, na qual os itens são comparados com todos os que o sucedem e se a soma das larguras e alturas for maior que a dimensão do bin, não podem ser empacotados juntos. Portanto, um conflito é adicionado ao modelo, que indica que aqueles itens são incompatíveis.

$$w_i + w_j > W \text{ e } h_i + h_j > H \text{ para } i \in \{1, \dots, n-1\}, j \in \{i+1, \dots, n\} \implies E \leftarrow E \cup \{i, j\}$$

As técnicas, heurísticas, pré-processamentos e cortes desenvolvidos e adicionados no modelo até o presente momento obtiveram uma expressiva melhoria no tempo de execução, atingindo uma redução média de aproximadamente 95,34% em relação ao tempo inicial. Nos próximos passos do trabalho outras técnicas e algoritmos exatos para o 2BPPC serão estudadas com mais profundidade.

Referências

- [1] M. Gendreau, G. Laporte e F. Semet. Heuristics and lower bounds for the bin packing problem with conflicts. *Computers & Operations Research*, 31, 3 : 347-358, 2004.
- [2] S. Niskanen. Cliquer - Routines For Clique Searching. 2002. Disponível em <https://users.aalto.fi/~pat/cliquer.html>. Acesso em 09/09/2022.